

В.І. Гук,¹ О.В. Запорожцева О.В.²¹Харківський національний університет будівництва і архітектури, Україна²Харківський національний автомобільно-дорожній університет, Україна

ДИНАМІКА ТРАНСПОРТНОГО ПОТОКУ

Динаміка транспортного потоку описана як безперервна зміна стану системи «дорога-трафік» на початку перегону (розгін), по перегону і в кінці перегону (стиснення потоку при гальмуванні). Систематизовано рівняння станів у вигляді зміни швидкості і кількості автомобілів в трафіку під впливом потужності трафіку.

Ключові слова: динаміка трафіку, кількість потоку, інтенсивність, швидкість, щільність, дорожній і транспортний потенціали, ексергія.

Постановка проблеми

Для вирішення різних прикладних завдань, що виникають при розрахунку пропускну здатності міських вулиць і доріг, особливо з урахуванням різних методів і засобів організації руху з метою забезпечення вимог безпеки, необхідно насамперед скласти рівняння руху транспортного потоку (трафіку), що описують його динаміку на різних за геометричними накресленнями елементах магістралей.

Аналіз останніх досліджень і публікацій

Розробкою теорії транспортного потоку займалися і займаються багато фахівців різних країн [1, 5-9, 11]. Проте все зводилося до моделювання взаємозв'язку між інтенсивністю і швидкістю або до розподілу інтервалів між автомобілями, що явно є не повним розкриттям динаміки трафіку. Не враховувалася одна особливість автомобіля, що він одночасно є і джерелом трафіку і джерелом його швидкості, тобто дуальність автомобіля.

Постановка задачі дослідження

У дослідженнях основних характеристик транспортного потоку [2-4], для складання рівнянь динаміки трафіку є всі необхідні дані та передумови. Тому скористаємось аналогіями між енергією і ексергією, між дорожнім потенціалом і кінетичною енергією, між транспортним потенціалом і потенційною енергією. Залучимо рівняння другого роду станів безперервних систем Лагранжа [4, 10-12], а також значення ексергії, дорожнього і транспортного потенціалів, опорів руху під впливом щільності.

Виклад основного матеріалу

З урахуванням вище сказаного і рекомендацій в [12] складемо

– загальне рівняння динаміки трафіку:

$$\frac{d}{dt} \cdot \frac{\partial E_{\partial}}{\partial V} - \frac{\partial E_{\partial}}{\partial x} + \frac{\partial E_T}{\partial x} - \frac{\partial E(R)}{\partial t} = \frac{dE}{dt},$$

– загальне рівняння зміни кількості автомобілів в трафіку:

$$\frac{d}{dt} \cdot \frac{\partial E_{\partial}}{\partial \dot{\lambda}} - \frac{\partial E_{\partial}}{\partial \lambda} + \frac{\partial E_T}{\partial \lambda} - \frac{\partial E(R)}{\partial t} = \frac{dE}{dt},$$

– після перетворення отримаємо:

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \cdot \frac{\partial}{\partial \dot{\lambda}} \int J d\dot{\lambda} - \frac{\partial}{\partial x} \int J d\dot{\lambda} - \frac{\partial}{\partial x} \int \frac{1}{C} dx + \frac{d}{dt} \int Q dx = \\ = \frac{d}{dt} \int N dt \end{aligned} \quad (1)$$

$$\frac{d}{dt} \cdot \frac{\partial}{\partial \dot{\lambda}} \int C d\dot{\lambda} \int C d\dot{\lambda} + \frac{\partial}{\partial x} \int \frac{1}{J} d\lambda + \frac{d}{dt} \int \frac{1}{Q} d\lambda \int V dt, \quad (2)$$

де ∂E_{∂} – дорожній потенціал,

∂E_T – транспортний потенціал,

dE – ексергія або зовнішня працездатність системи (дорога – трафік),

V – швидкість трафіку,

x – ділянка шляху,

t – елементарне час,

R – опір руху,

Q – щільність потоку,

N – інтенсивність трафіку,

C – напруженість руху при стисненні трафіку до його зупинки,

λ – кількість трафіку (автомобіль, група тощо),

J – інерційність у трафіку або повільне зміна швидкості.

Взявши приватні похідні в рівняннях (1) і (2), знайдемо

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial \dot{x}} \int J dx &= JV; & \frac{\partial}{\partial x} \int J dx &= 0; \\ \frac{\partial}{\partial x} \int \frac{1}{C} dx &= \frac{x}{C}; & \int Q dx &= Qx; \\ \frac{\partial}{\partial \dot{\lambda}} \int C d\dot{\lambda} &= CN; & \frac{\partial}{\partial \lambda} \int C d\dot{\lambda} &= 0; \\ \frac{\partial}{\partial \lambda} \int \frac{1}{J} d\lambda &= \frac{\lambda}{J}; & \int \frac{1}{Q} d\lambda &= \frac{\lambda}{Q}. \end{aligned} \quad (3)$$

Облік отриманих знань в (3) і знання динаміки транспортного потоку на перегоні, перед перехрестям і після проходження «стоп-лінії», а також положення автомобіля і дія на нього інших автомобілів дозволяють отримати ряд рівнянь стану або описати динаміку трафіку, які зібрані і систематизовані, табл. 1.

Описано три найбільш характерні стани руху автомобілів (тобто динаміка) в потоці в залежності від їх положення: на початку потоку, в потоці і в кінці потоку (групи). Крім того, розглянуті три випадки зміни стану кількості трафіку в залежності від початку відліку: відлік з першого автомобіля, коли на нього не впливає швидкість потоку; відлік починається в довільний момент часу від довільного автомобіля; спостереження стану останніх автомобілів у потоці, коли впливає швидкість передуючого потоку, і потужність системи «дорога - трафік» вичерпалася.

Таблиця 1

Рівняння динаміки автомобілів в транспортному потоці і зміни їх кількості в трафіку

№ п/п	Рівняння	
	Зміна кількості потоку	Рух трафіку
1	2	3
1. Загальне рівняння		
1.1	$C \frac{d^2 \lambda}{dt^2} + \frac{1}{Q} \cdot \frac{d\lambda}{dt} + \frac{\lambda}{J} = V(t)$	$J \frac{d^2 x}{dt^2} + Q \frac{dx}{dt} + \frac{x}{C} = N(t)$
1.2	$C \frac{dN}{dt} + \frac{N}{Q} + \frac{\lambda}{J} = V(t)$	$J \frac{dV}{dt} + QN + \frac{x}{C} = N(t)$
2. На початку потоку		
2.1	$C \frac{d^2 \lambda}{dt^2} = V(t)$	$J \frac{d^2 x}{dt^2} = N(t)$
2.2	$C \frac{dN}{dt} = V(t)$	$J \frac{dV}{dt} = N(t)$
3. В потоці		
3.1	$C \frac{d^2 \lambda}{dt^2} + \frac{\lambda}{J} = V(t)$	$J \frac{d^2 x}{dt^2} + \frac{x}{C} = N(t)$
3.2	$C \frac{dN}{dt} + \frac{\lambda}{J} = V(t)$	$J \frac{dV}{dt} + \frac{x}{C} = N(t)$
4. В кінці нещільного потоку		
4.1	$C \frac{d^2 \lambda}{dt^2} + \frac{\lambda}{J} = 0$	$J \frac{d^2 x}{dt^2} + \frac{x}{C} = 0$
4.2	$C \frac{dN}{dt} + \frac{\lambda}{J} = 0$	$J \frac{dV}{dt} + \frac{x}{C} = 0$
5. В кінці щільного потоку		
5.1	$C \frac{d^2 \lambda}{dt^2} + \frac{1}{Q} \cdot \frac{d\lambda}{dt} + \frac{\lambda}{J} = 0$	$J \frac{d^2 x}{dt^2} + Q \frac{dx}{dt} + \frac{x}{C} = 0$
5.2	$C \frac{dN}{dt} + \frac{N}{Q} + \frac{\lambda}{J} = 0$	$J \frac{dV}{dt} + QN + \frac{x}{C} = 0$

Всі наведені диференціальні рівняння (1-5), табл. 1 описують коливання дистанції між автомобілями близько оптимального значення в перерізі перегону. Рівняння (1-3) цієї ж таблиці показують, що коливання відбуваються під впливом обурювальної (рух трафіку потоку) сили (інтенсивності або швидкості).

Рівняння (4-5) описують зміни в трафіку дистанції і кількості автомобілів в групі близько стійкого положення під впливом транспортного потенціалу E_T через близькість автомобілів на просторово-координатній осі.

Аналіз загального виду рівнянь, табл. 1, дозволяє зробити висновок, що рух транспортного потоку відповідно у часі і просторі описуються за допомогою кінцевого числа взаємопов'язаних алгебраїчних або звичайних диференціальних рівнянь, тому для опису системи «дорога-трафік» в будь-який момент часу (t_i) використовуємо єдину математичну характеристику – змінну стану.

В результаті цього динаміка трафіку представлена в табл. 1 відповідною сукупністю диференціальних рівнянь (1.2), (2.2), (3.2), (4.2), (5.2) першого порядку, вирішення яких, як відомо, набагато простіше рівнянь другого порядку.

Для вирішення рівнянь руху, табл. 1, необхідно знання рівняння функціональних станів. Цей стан можна визначити із законів збереження в перерізі, на перехресті і на замкнутому маршруті руху [3].

Наведені рівняння описують зміну стану і динаміку трафіку через перетин проїжджої частини (повз спостерігача) вулиці або дороги у часі, так як положення спостерігача не змінюється.

Для опису руху транспортного потоку в просторі смуга проїжджої частини вулиці або дороги представляється сумою нескінченного числа послідовно з'єднаних елементарних ділянок довжиною dx , де x – відстань від початку відліку (нульового пікету). При цьому враховується, що Qdx , Jdx , Cdx – розподілені на елементарній ділянці відповідно щільність, інерційність і напруженість, а $N(t, x)$ та $V(t, x)$ – відповідно швидкість і інтенсивність на цій ділянці з абсцисою x в момент часу t . Повна довжина вулиці або дороги – L . Тепер очевидно, що $V(t, 0) = V_0(t)$, $N(t, x) = N_L(t)$, тобто інтенсивність, як і швидкість, розподілена в просторі вулиць, L , авт./км. год. Це вже питома інтенсивність. Кількість автомобілів, що надійшли на елементарну ділянку dx за час dt

$$[N(t, x) - N(t, x + dx)]dt = -\frac{\partial N_L}{\partial x} dxdt, \quad (4)$$

дорівнює зменшенню дорожнього потенціалу або інерційності транспортного потоку за час dt

$$J[V(t + dt, x) - V(t, x)dx]dx = J \frac{\partial V}{\partial t} dt dx. \quad (5)$$

Але так як сума дорожнього і транспортного потенціалів для ділянки повинна бути постійною, то порівняння (4) і (5) дає

$$\frac{\partial N_L}{\partial x} + J \frac{\partial V}{\partial t} = 0,$$

Це є рівняння нерозривності трафіку при русі на дорозі одиничної довжини \hat{L} (1 км)

$$\hat{L} \frac{\partial N}{\partial x} + J \frac{\partial V}{\partial t} = 0. \quad (6)$$

У свою чергу, швидкість автомобілів потоку залежить від щільності потоку і напруженості руху, тому зміна швидкості на ділянці dx запишемо з умови її нерозривності як

$$-(\hat{L}) \frac{\partial V}{\partial x} dx = \frac{1}{Q} N dx + \frac{\partial N}{\partial t} C dx. \quad (7)$$

Тепер динаміка трафіку на смузі проїжджої частини опишеться системою рівнянь (6) і (7)

$$\begin{cases} \hat{L} \frac{\partial N}{\partial x} + J \frac{\partial V}{\partial t} = 0 \\ \hat{L} \frac{\partial V}{\partial x} dx + \frac{\partial N}{\partial t} + \frac{1}{Q} N = 0. \end{cases}$$

Для повноти картини руху необхідно врахувати трансформацію (стиснення) трафіку за рахунок зменшення динамічного габариту за час dt , тобто $QVdxdt$, що зазначену систему призведе до виду

$$\begin{cases} \hat{L} \frac{\partial N}{\partial x} + J \frac{\partial V}{\partial t} + QV = 0 \\ \hat{L} \frac{\partial V}{\partial x} + C \frac{\partial N}{\partial t} + \frac{N}{Q} = 0. \end{cases} \quad (8)$$

Система (8) дає математичний опис динаміки транспортного потоку на смузі вулиці або дороги без урахування початкових значень швидкості і щільності, які характеризують якість дороги для вільного руху. Такий опис є повним. Тому

додатково врахуємо вхідні величини, що визначають граничні умови.

$$\begin{cases} V(t, 0) = V_a(t) \\ V(t, L) = -\frac{N_L(t)}{Q_\phi} \end{cases} \quad (9)$$

Висновки

Таким чином, рівняння (8) і (9) складають систему рівнянь руху транспортного потоку або динаміки трафіку, оскільки при цілком певному початковому стані (9) однозначно описують його рух.

Фактична щільність, Q_ϕ , потоку постійно змінюється в часі, тому транспортний потік являє собою нестационарну систему навіть при постійних значеннях змінних Q та S (динамічний габарит), так як швидкість потоку знаходиться під впливом ухилів, поворотів і інших геометричних елементів, але шлях отримання рівняння (8) при цьому не змінюється.

Початковий стан транспортного потоку на дорозі визначається розподілом інтенсивності і швидкості по її довжині в момент часу $t = 0$, тобто функціями $N(0, t)$ і $V(0, t)$. Стан в поточний момент часу характеризується $N(L, t)$ і $V(L, t)$, тобто не системою чисел, а вже системою функцій.

Література

1. Вол, М. Анализ транспортных систем [Текст] / М. Вол, Б. Мартин //; пер. с англ. – М.: Транспорт, 1981. – 514 с.
2. Гук, В. Теория измерителей транспортных потоков. Параметры трафика [Текст] / В. И. Гук. Palmarium Academic Publishing 2017. – 162 с.
3. Гук, В.И. Элементы теории транспортных потоков и проектирование улиц и дорог [Текст] / В.И. Гук. – К.: УМК ВО, 1991. – 254 с.
4. Гук, В.И. Транспортні потоки : теорія та їх застосування в урбаністиці [Текст]: монографія / В.И. Гук, Ю.М. Шкодовський. – Х.: Золоті сторінки, 2009. – 232 с.
5. Дрю, Д. Теория транспортных потоков и управление ими [Текст] / Дрю Д.; пер. с англ. под ред. Бусленко Н.П. – М.: Транспорт, 1972. – 424с.
6. Поттгофф, Г. Учение о транспортных потоках [Текст] / Г. Поттгофф; пер. с нем. В.И. Шейко, В.Н. Воскресенского; под ред. Е.П. Нестерова. – М.: Транспорт, 1975. – 344 с.
7. Сильянов, В.В. Теория транспортных потоков в проектировании дорог и организации движения [Текст] / В.В. Сильянов. – М.: Транспорт, 1977. – 303 с.
8. Хейт, Ф. Математическая теория транспортных потоков [Текст]: / Ф. Хейт, пер. с англ. – М.: Мир, 1966. – 286 с.

9. Эйхгофф, П. Основы идентификации систем управления. Оценивание параметров и состояния [Текст] / Эйхгофф П.; пер. с англ. – М.: Мир, 1975. – 684 с.
10. May, A.D. et al. (1999) Capacity and Level Service for Freeway Facilities, Fourth Interim Report. SAIC Corp.
11. Пальчик, А. М. Транспортні потоки [Текст] / А. М. Пальчик. – К.: НТУ, 2010. – С. 171.
12. Запорожцева, О.В. Початок динамічної теорії транспортного потоку [Текст] / В.И. Гук, О.В. Запорожцева // Сучасні технології в машинобудуванні та транспорті. Науковий журнал. Луцьк: Луцький НТУ 2018, – №2(11). ISSN 2313-5425. – С. 63–67.

References

1. Vol, M., Martin, B. (1981) Analysis of transport systems. Transport, 514.
2. Guk, V. (2017). Teoriya izmeriteley transportnykh potokov. Parametryi traffika [Theory of traffic flow meters. Traffic Settings]. Palmarium Academic Publishing, 162.
3. Guk, V.I. (1991). Elementyi teorii transportnykh potokov i proektirovanie ulits i dorog [Elements of the theory of transport flows and the design of streets and roads]. Kyiv: UMK VO, 254.
4. Guk, V.I., Shkodovskiy, Yu.M. (2009). Transportnye potoki: teoriya ta yikh zastosuvannya v urbanistytsi. [Traffic flow: the theory of the past of urbanistic]. Kharkov: Zoloti storinky, 232.
5. Drew, D. (1972) The Theory of traffic flows and management. Transport, 424.
6. Potthoff, G. (1975) The Doctrine of traffic flows. Transport, 344.
7. Silyanov, V. V. (1977) Theory of traffic flows and road design and traffic organization. Transport, 303.
8. Heyt, F. (1966) Mathematical theory of transport flows. World, 286.
9. Eickhoff, P. Bases of identification of control systems. Estimation of parameters and state. World, 684 .
10. May, A.D. et al. (1999) Capacity and Level Service for Freeway Facilities, Fourth Interim Report. SAIC Corp.
11. Palchik, A. M. (2010) Transport flows. Kyiv National transport University, 171.
12. Zaporozhtseva, O. V. (2018) The Beginning of the dynamic theory of transport flow. Lutsk National Technical University, 2(11), 63-67.

Рецензент: д-р техн. наук, проф. П.Ф. Горбачов, Харківський національний автомобільно-дорожній університет, Харків, Україна.

Автор: ГУК Валерій Іванович
доктор технічних наук, професор
Харківський національний університет будівництва і архітектури
E-mail – vguk@ukr.net

Автор: ЗАПОРОЖЦЕВА Олена Володимирівна
кандидат технічних наук, доцент кафедри
Харківський національний автомобільно-дорожній університет
E-mail – zhelen77@ukr.net
ID ORCID: <http://orcid.org/0000-0002-4975-8643>

DYNAMIC OF TRAFFIC FLOWV.Huk¹, O. Zaporozhtseva²¹Kharkov National University of Civil Engineering and Architecture, Ukraine²Kharkov National Automobile and Highway University, Ukraine

The traffic flow theory studies the phenomena associated with the functioning of traffic flows in a particular way, compared to other sciences. This theory relies on the study of the traffic rules in a variety of road conditions, with different levels of traffic control and in different composition of traffic flows. The existing traffic flow theory is not fully adequate, since it does not consider the continuous saturated traffic flow and does not encompass all possible traffic flow situations and cars in the traffic flow in various urban settings. The duality of cars is thus not taken into account.

To increase the road throughput, creating of operational control systems to regulate saturated traffic flows on existing roads requires more in-depth knowledge of traffic flow conditions and their special features.

To address various applied problems arising in calculating the throughput of city roads, while taking into account various traffic management methods and ensuring safety requirements, it is, first and foremost, necessary to make equations of traffic flow motions, which describe traffic dynamics on various geometric highway segments.

Traffic flow dynamics represents a continuous change in the state of the road-traffic system at the beginning of acceleration, along the drive and at the end of the haul (compression of the flow during engine braking). State equations are therefore systematized in the form of changes in the speed and number of vehicles in traffic under the influence of traffic power.

The revealed traffic flow potential and traffic management with generalized state equations make it possible, already at the stage of designing roads and city highways, to ensure a high level of road safety for modern saturated traffic flows.

The initial state of the traffic flow on the road is determined by the distribution of intensity and speed along its length at the time, $t = 0$, i.e. the functions $N(0, t)$ and $V(0, t)$. Yet, the traffic flow state at the current time is rather determined by the system of functions, and not by the system of numbers i.e. $N(L, t)$ and $V(L, t)$.

Keywords: traffic flow, flow rate, intensity, speed, density, road and transport potentials, exergy.